

Г.Элдэв-Очир, док (Ph), проф.
МУИС-ийн Статистик-Хүн ам зүйн тэнхмийн эрхлэгч,
Б.Мягмарсүрэн, МУИС-ийн Статистик III дамжааны оюутан

Эконометрикийн шинжилгээний арга зүйн зарим асуудлууд

Энэхүү ажилд судлаачид аливаа судалгааны ажлын нэг гол хэсэг болох эконометрик шинжилгээний асуудлыг эдийн засгийн талаас нь бус арга зүйн талаас нь илүүтэй авч үзэхийг зорьжээ. Судалгаанд олон хувьсагчийн регрессийн шинжилгээ, түүний үнэлгээний арга зүйн асуудлыг авч үзсэн бөгөөд Монголын нэг хүнд ногдох дотоодын нийт бүтээгдэхүүн /ДНБ/-д нөлөөлөх хүчин зүйлсийн регрессийн параметр үнэлгээг шугаман, илтгэгч, зэрэгт хэлбэрийн тэгшитгэлүүдээр регрессчилэн шинжилсэн байна. Шинжилгээний үр дүнгээс үзэхэд, нэг хүнд ногдох ДНБ-ийг инфляцийн түвшин, дотоодын нийт бүтээгдэхүүнд эзлэх импортын хувийн жин, нийт хөрөнгө оруулалтанд эзлэх дотоодын хөрөнгө оруулалтын хувийн жин гэсэн 3 хүчин зүйлээс хамааруулан тооцсон загварт хамгийн тохиромжтой нь шугаман регрессийн загвар байлаа. Шинжилгээг ҮСГ-ийн 1999 оны мэдээн дээр үндэслэн хийсэн бөгөөд энэ ажлын нарийвчилсан үр дүнг бүтээлээс дэлгэрэнгүйгээр нь үзэж танилцана уу.

Аливаа судалгаа шинжилгээний ажил нь чиглэсэн зорилготой, зорилгодоо нийцсэн мэдээлэл бүрдүүлсэн, шинжилгээний үр дүн нь зорилтдоо нийцсэн байх ёстой. Ийм шинжилгээ хийхэд чухал ач холбогдолтой арга зүйн нэг бол эконометрикийн шинжилгээ бөгөөд түүнд регрессийн шинжилгээ гол байр суурь эзэлдэг. Бид энэ удаад эконометрик шинжилгээний асуудлыг авч үзэхдээ эдийн засгийн талаас нь бус арга зүйн талаас авч үзэхэд анхаарлаа хандуулья.

Нэг. Олон хувьсагчийн регрессийн шинжилгээ, түүний параметр үнэлгээ, статистик таамаглал шалгах нь

Олон хувьсагчийн регрессийн шинжилгээ, түүний үнэлгээний асуудлыг авч үзэхдээ дараах гурван хувьсагчийн регрессийн шугаман загварыг төлөөлөгч болгоё. Үүнд:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u_1 \quad j=1,2,\dots,n$$

Энэхүү загварын хүрээнд дараах үндсэн нөхцлүүдийг тавьдаг. Үүнд:

- X_2 ба X_3 гэсэн хоёр үл хамааран хувьсагчаас u_1 үлдэгдэл хувьсагчийн i дахь утга холбогдол тус бүрийн математик дундаж нь 0-тэй тэнцүү байна.

$$E(u_i / X_{2i} X_{3i}) = 0$$

- $i \neq j$ буюу ажиглалтын өөр өөр үе дэх u_i ба u_j үлдэгдэл хувьсагчууд нь корреляцчилагдахгүй. Өөрөөр хэлбэл ковариациуд нь 0-тэй тэнцүү байна.

$$\text{COV}(u_i, u_j) = 0$$

- Үлдэгдэл хувьсагчийн дисперсүүд нь тогтмол байх гомоскедастик нөхцөл биелэгдэнэ.

$$\text{COV}(u_i, \Gamma) = \delta^r$$

- Х үл хамааран хувьсагч тус бүр үлдэгдэл хувьсагчаар корреляцчилагдахгүйв Өөрөөр хэлбэл тэдгээрийн ковариациууд нь 0-тэй тэнцүү байна.

$$\text{COV}(u_i, X_{2i}) = \text{COV}(u_i, X_{3i}) = 0$$

Эдгээр нөхцлүүд биелж байхад регрессийн параметруудийн Хамгийн Бага Квадратын (OLS-ordinary least squares) үнэлгээ нь хамгийн сайн, хазайлтгүй бөгөөд хамгийн бага дисперстэй байдаг. Өөрөөр хэлбэл энэхүү үнэлгээ нь хамгийн сайн хазайлтгүй шугаман үнэлгээ (BLUE) болж чаддаг.

OLS үнэлгээг хийхийн тулд 3-н хувьсагчийн регрессийн загварыг бичвэл:

$$Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + e_i$$

Энд, e_i -үлдэгдэл хувьсагч буюу u_i -ийн санамсаргүй алдаа OLS үнэлгээгээр параметрийн үнэлгээг хийхдээ регрессийн шугаман дээрх утга ажиглалтын утга холбогдолд аль болох ойр байх нөхцлөөр параметр үнэлгээ хийгдэнэ. Өөрөөр хэлбэл үлдэгдэл хувьсагчийн квадратуудын нийлбэр нь хамгийн бага байх параметруудийг үнэлнэ.

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \hat{\beta}_3 X_{3i})_{\min}^2 \text{ буюу } \sum e_i^2 = f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)$$

Бидний авч үзэж буй функц Олон хувьсагчийн функц учраас тухайн уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлэх замаар каноник тэгшитгэлийг дараах байдлаар гарган авч болно.

$$Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} \quad (1)$$

$$\sum Y_i X_{2i} = \hat{\beta}_1 \sum X_{2i} + \hat{\beta}_2 \sum X_{2i}^2 + \hat{\beta}_3 \sum Y_i X_{2i} X_{3i} \quad (2)$$

$$\sum Y_i X_{3i} = \hat{\beta}_1 \sum X_{3i} + \hat{\beta}_2 \sum X_{2i} X_{3i} + \hat{\beta}_3 \sum X_{3i}^2 \quad (3)$$

$$(1)\text{-ээс } \hat{\beta}_1 = Y_i - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \hat{\beta}_3 X_{3i} \quad (4)$$

$$\hat{\beta}_2 = \left(\sum Y_i X_{2i} \sum X_{3i}^2 - \sum Y_i X_{3i} \sum X_{2i} \sum X_{3i} \right) / \left(\sum X_{2i}^2 \sum X_{3i}^2 - \left(\sum X_{2i} X_{3i} \right)^2 \right) \quad (5)$$

$$\hat{\beta}_3 = \left(\sum Y_i X_{3i} \sum X_{2i}^2 - \sum Y_i X_{2i} \sum X_{3i} \sum X_{2i} \right) / \left(\sum X_{2i}^2 \sum X_{3i}^2 - \left(\sum X_{2i} X_{3i} \right)^2 \right) \quad (6)$$

Эдгээр үнэлгээнүүд нь хазайлтгүй үнэлгээ болно.

Регрессийн тэгшитгэлийн сонгогдсон хэлбэр параметр үнэлгээнүүдийг нийцтэй t статистикаар шалгах арга зүйг авч үзье.

1. $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$

байх хүчин зүйлсийн нөлөөлөл байхгүй гэсэн тэг таамаглал дэвшүүлнэ.

2. $H_1: \beta_1 \neq 0, \beta_2 \neq 0, \beta_3 \neq 0$

гэсэн параметрууд нь тэгтэй тэнцүү биш гэсэн өрсөлдөгч таамаглалыг шалгана.

t -статистикийн ажиглалтын утгыг дараах томъёогоор тодорхойлдог:

$$t = (\beta_i - \beta_j) / \text{Se}(\beta_j).$$

Ингэж параметр тус бүрийн хувьд ажиглалтын t статистикийг тодорхойлон критек утгыг α ач холбогдлын түвшинтэйгээр n ажиглалтын тооноос хамааруулан Стьюдентийн тархалтын хүснэгтийн утгатай жишиж шалгана. Хэрэв $t_{\text{аж}} < t_{\text{хүс}}$ байвал H_0 хүлээн зөвшөөрөгдөнө. Өөрөөр хэлбэл, тухайн үл хамаарах хувьсагч нь дагалдан хувьсагчид ямар нэгэн нөлөөгүй гэсэн таамаглалыг хүлээн авна. Хэрэв $t_{\text{аж}} > t_{\text{хүс}}$ байвал H_0 таамаглалыг няцааж өрсөлдөгч таамаглалыг зөвшөөрнө.

$t_{\text{аж}} > t_{\text{хүс}}$ нөхцөл биелэгдсэн тохиолдолд β_j Параметр тус бүрийн хувьд итгэх интервалыг байгуулна. Энэ нь:

$$\beta_j - t_{\alpha/2} \cdot \text{Se}(\beta_j) < \beta_j < \beta_j + t_{\alpha/2} \cdot \text{Se}(\beta_j).$$

Харин F статистик нь шинжилгээ бодитой болсон эсэхийг шалгадаг шинжүүр юм. F статистикаар шинжилгээг шалгахын тулд дараах таамаглалыг дэвшүүлдэг.

1. $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_j = 0$ гэсэн Тэг таамаглал,

2. $H_1: \beta_1 \neq \beta_2 \neq \dots \neq \beta_j \neq 0$ гэсэн Өрсөлдөгч таамаглал.

Энэ нь: β_j параметрууд нь зэрэг 0-тэй тэнцүү гэсэн H_0 таамаглалыг шалгадаг. F статистикийн ажиглалтын утгыг дараах байдлаар тодорхойлдог.

$$F = \text{ESS}(k-1) / \text{RSS}(n-k)$$

Энэхүү тооцоолсон утгыг α ач холбогдлын түвшинтэй, $k-1$, $n-k$ чөлөөний зэрэг бүхий Фишерийн тархалтын хүснэгтийн утга холбогдолтой жишнэ. Хэрэв $F_{аж} > F_{хүс}$ байвал H_0 таамаглалыг няцааж шинжилгээ бодитой болсон. Хэрэв $F_{аж} < F_{хүс}$ байвал H_0 таамаглалыг зөвшөөрч шинжилгээ бодитой бус болсон гэсэн дүгнэлтийг өгнө.

Хоёр. Нэг хүнд ногдох дотоодын нийт бүтээгдэхүүнд /ДНБ/ нөлөөлөх хүчин зүйлсийн регрессийн параметр үнэлгээ, түүний шалгуур

Параметр үнэлгээг шугаман, илтгэгч, зэрэгт хэлбэрийн тэгшитгэлүүдээр регрессчилэн авч үзье. Үүнд:

- Y_1 -нэг хүнд ногдох ДНБ
 - X_1 -инфляцийн түвшин
 - X_2 -нийт хөрөнгө оруулалтанд эзлэх дотоодын хөрөнгө оруулалтын хувийн жин
 - X_3 -ДНБ-нд эзлэх импортын хувийн жин
 - X_4 -улсын төсвийн орлого
- гэсэн таван хувьсагч, дөрвөн хүчин зүйлсээр шинжлэхэд анхаарлаа хандуулья.

1. Регрессийн шугаман тэгшитгэлийг үнэлбэл:

$$Y^{\wedge} = 0.0847 - 0.00066 * X_1 - 0.05006 * X_2 + 0.04423 * X_3 + 9.8E-10 * X_4$$

t статистик (8.585) (-2.032) (-2.484) (3.023) (0.0452)

корреляцийн коэффициент $R=0.86$,
детерминацийн коэффициент $R^2=0.75$

$$F_{аж} = 3,004 \quad F_{(0.25;4.4)} = 2.064 \text{ байна.}$$

Эндээс үзэхэд β_4 хувьсагчийн t статистик нь онолын утгаасаа бага ($t_{аж} < t_{хүс}$) байгаа тул энэхүү үнэлгээ нь зохистой бус байна. Дээрхитэй адилаар илтгэгч болон зэрэгт тэгшитгэлийн хэлбэрээр регрессчилэхэд дараах үр дүн гарав (Хүснэгт 1).

Хүснэгт 1. Нэг хүнд ногдох ДНБ-д нөлөөлөх хүчин зүйлсийг тооцсон регрессийн параметр үнэлгээ

Функцийн хэлбэр	Тогтмол	b_1 параметр	b_2 параметр	b_3 параметр	b_4 параметр	R	R^2	F стат
Шугаман	0.0847 (8.485)	0.000664 (-2.0323)	-0.05006 (-2.485)	0.04423 (3.0233)	9.8E-10 (0.0452)	0.866	0.75	3.003 $F_{(0.25;4.4)}=2.64$
Илтгэгч	-1.073 (-19.99)	0.0035 (-2.983)	-0.2414 (-2.481)	0.2397 (3.013)	1.049E-10 (0.0885)	0.867	0.751	3.031
Зэрэгт	-1.906 (-8.249)	0.0154 (-2.321)	-0.303 (-2.182)	0.238 (2.376)	-0.0027 (-0.109)	0.79	0.63	1.7

2. Регрессийн илтгэгч тэгшитгэлийг бичвэл:

$$Y^{\wedge}=0.0845*1.0081^{\wedge}X_1+0.5736^{\wedge}X_2+1.7366^{\wedge}X_3$$

t статистик (-19.99) (-2.983) (-2.481) (3.013) (0.089)

корреляцийн коэффициент R=0.867,
детерминацийн коэффициент R²=0.751,

$$F_{аж}=3,031 \quad F_{(0.25,4,4)}=2.064$$

Эндээс үзэхэд β_4 хувьсагчийн t статистик нь онолын утгаасаа бага ($t_{аж} < t_{хүс}$) байгаа тул энэхүү үнэлгээ нь зохистой бус байна. Харин бусад параметруудийн хувьд шалгуурыг хангасан байна. F статистик нь критик утгаас их байгаа нь судалгаа бодитой болсныг харуулж байна.

3. Регрессийн зэрэгт тэгшитгэлийг бичвэл:

$$Y^{\wedge}=1.906*X_1^{0,0154} X_2^{-0,303} X_3^{0,238} X_4^{-0,0027}$$

t статистик (-8.249) (-2.321) (-2.182) (2.376) (-0.0027)

корреляцийн коэффициент R=0.79,
детерминацийн коэффициент R²=0.63,

$$F_{аж}=1.7 \quad F_{(0.25,4,4)}=2.064 \quad \text{байна.}$$

Эндээс үзэхэд β_4 хувьсагчийн t статистик нь онолын утгаасаа бага ($t_{аж} < t_{хүс}$) байгаа тул энэхүү үнэлгээ нь бодитой бус байна. Харин бусад параметруудийн хувьд шалгуурыг хангасан байна.

Дээрх үзүүлэлтүүдээс хамгийн үр дүн муутай буюу зохистой бус байгаа регресс нь зэрэгт хэлбэрийн регрессийн тэгшитгэл байна.

Энэ нь нэг хүнд ногдох ДНБ болон 4 хүчин зүйл хоорондын хамаарал нь зэрэгт тэгшитгэл хэлбэрээр илэрхийлэгдэхгүй болохыг харуулж байна.

Мөн шугаман болон илтгэгч функцийн b_4 параметрийн t статистикууд b_4 параметрийг зохистой бус, өөрөөр хэлбэл $H_0: b_4=0$ таамаглалыг хүлээн зөвшөөрөх түвшинд байна.

Энэ нь нэг хүнд ногдох ДНБ-д нөлөөлөх хүчин зүйлд улсын төсвийн орлогыг оруулах нь зохимжгүйг харуулж байна. Иймд X_4 удирдан хувьсагч буюу улсын төсвийн орлогыг хасч тооцоход үр дүн дараах байдлаар гарч байна (Хүснэгт 2).

Хүснэгт 2. Нэг хүнд ногдох ДНБ-д нөлөөлөх хүчин зүйлс улсын төсвийн орлогыг хасч тооцсон регрессийн параметр үнэлгээ

Функцийн хэлбэр	Тогтмол	b_1 параметр	b_2 параметр	b_3 параметр	R	R ²	F статистик
Илтгэгч	-1,069	0.0036	-0.277	0.242	0.867	0.751	5.41
t статистик	(-39.65)	(-2.546)	(-3.595)	(3.66)			$F_{(0.1,3,5)}=3,62$
Se (bj)	0.02696	0.00142	0.07732	0.07752			

Шугаман	-0.0851	0.00068	-0.0506	0.0444	0.866	0.75	5.41
t статистик	(17.17)	(-2.578)	(-3.563)	(3.661)			
Se (b _j)	0.00495	0.00027	0.0142	0.01215			

Хүснэгт 2-оос харахад эдгээр 2 тэгшитгэлийн үр дүн ойролцоо байгаа боловч стандарт алдааг нь авч үзвэл $Se(\text{шугаман})=0.00319$, $Se(\text{илтгэгч})=0.0237$ байна. Эндээс үзвэл нэг хүнд ногдох ДНБ-ийг 3 хүчин зүйлээс хамааруулан тооцсон загварт хамгийн тохиромжтой нь шугаман регрессийн загвар болно.

Шугаман регрессийн загварыг бичвэл:

$$Y_i^{\wedge} = 0.0851 - 0.00068 * X_1 - 0.0506 * X_2 + 0.0444 * X_3 \quad \text{боллоо.}$$

Одоо $(1-\alpha)$ гэсэн итгэх магадлалтайгаар эх олонлогийн b_j коэффициентийг өөртөө бүрэн агуулж байх итгэх интервалыг байгуулъя.

$$\begin{aligned} 0.00012 < b_0 < 0.1701 \\ 0.00138 < b_1 < 0.00002 \\ 0.1012 < b_2 < -0.00001 \\ 0.0001 < b_3 < 0.0889 \end{aligned}$$

Өөрөөр хэлбэл, эдгээр интервалууд харгалзан эх олонлогийн b_j коэффициентуудыг өөртөө бүрэн агуулж байна гэсэн үг юм.

Эндээс дүгнэхэд, инфляци 1 хувиар буурвал нэг хүнд ногдох ДНБ 0,00068 сая төгрөгөөр өснө. Харин нийт хөрөнгө оруулалтад эзлэх дотоодын хөрөнгө оруулалтын хувийн жин буурахад нэг хүнд ногдох ДНБ 0,00506 сая төгрөгөөр, ДНБ-нд эзлэх импортын хувийн жин 1 хувиар өсөхөд нэг хүнд ногдох ДНБ 0,00444 сая төгрөгөөр өсөхийг төсөөлж болохуйц байна.

Дүгнэлт

Таван хувьсагч дөрвөн хүчин зүйлсийн регрессийн загварын хэлбэр тус бүрд параметруудийн үнэлгээ, түүний нийцтэй байдал, итгэх интервал, детерминацийн коэффициент, регрессийн шинжилгээн дэх дисперсийн шинжилгээ зэргийг хийж байгаа нь шинжилгээний иж бүрэн байдлыг илтгэнэ.

Шинжилгээнээс, Гурван хэлбэрийн регрессийн параметр үнэлгээнд нэг хүнд ногдох ДНБ-д төсвийн орлогын нөлөөллийг хүчин зүйлээр авч үзэх нь ач холбогдол багатай гэсэн үнэлэлт гарсан тул Регрессийн шинжилгээнд тухайн хувьсагчийг оролцуулахгүй байх нь зүйтэй гэсэн зөвлөмж гарч байгаа нь хувьсагчийн сонголтонд үнэлгээ өгөх боломж бүрдэж байна.

Регрессийн параметр үнэлгээнд гарсан зөвлөмжид үндэслэн дөрвөн хувьсагч, гурван хүчин зүйлсээр гурван хэлбэрийн загварын параметр үнэлгээ хийхэд нэг хүнд ногдох ДНБ-ийг инфляцийн түвшин, дотоодын нийт бүтээгдэхүүнд эзлэх импортын хувийн жин, нийт хөрөнгө оруулалтанд эзлэх дотоодын хөрөнгө оруулалтын хувийн жин гэсэн 3 хүчин зүйлээс

хамааруулан тооцсон загварт хамгийн тохиромжтой нь шугаман регрессийн загвар байна.

Дээрх үнэлэгдсэн тэгшитгэл нь үндэслэл сайтай гарсан байна. Гэхдээ илүү найдвартай болгох үүднээс цаашид автокорреляци, гомоскедастик буй эсэхийг шалгаж үзэх нь зүйтэй юм.