ГРАСМАНЫ ХУВЬСАГЧ БА БОЗЕ ОСЦИЛЛЯТОР

Б.Амаржаргал, Д.Дамбасүрэн, М.Нарангарвуу

Физик,технологийн хүрээлэн

Түлхүүр үг: Осциллятор, Грассман , бозон , фермион , каноник хувиргалт

Товч утга: Энэ өгүүлэлд Грассманы хувьсагчийг ашиглан каноник хувиргалтаар бозе- осцилляторын зарим шинж чанарыг авч үзэх оролдлого хийх зорилго тавьсан болно.

1. Оршил

Квант механикийн ба статистик физикийн ихэнх бодлогууда тооцооны нарийвчлалыг сайжруулах явдал мэдээж хэрэг чухал а холбогдолтой. Үүний зэрэгцээгээр системийн динамикийг тодорхойло Гамильтоны оператор дахь харилцан үйлчлэлийн хэсгийг тодруулах н ихээхэн үүрэгтэй байдаг. сүүлчийн асуудлын хувьд , бол биту системийн тухайд өргөтгөх боломжоор бага. Иймээс тухайн систем гадаад орчны зүгээс үзүүлэх нөлөөг ямар нэг хэмжээгээр нэмж тооцо ёстой. Ер нь битүү систем буюу тусгаарлагдсан систем гэдэг нь онолы хийсвэрлэсэн ойлголт бөгөөд үнэн чанартаа байгаль дээрх систе бүрийг бараг нээлттэй гэж үзэж болно. Тухайн асуудлыг өвөрмө онцлогоос шалтгаалан бараг нээлттэй системийг ойролцоогоор биту систем гэж үзэх явдал хангалттай байх тохиолдол байдаг.

Бараг нээлттэй системийг тодорхойлоход, гадны үүсгэгчийн арга[1 нягтын матрицын арга[2] зэрэг олон арга өргөн хэрэглэгддэг. Эдгээрий алинд ч гэсэн бодлого аналитик хэлбэрээр бүрэн шийдэгдэхгүй бөгөө компьютероор тооцох нь тэр бүр хангалттай үр дүнд хүргэхгүй тохиолдо бий.

Ойролцоогоор бараг битүү системийн дэд хэсгийн тухай системийн үлдэх хэсгийг гадаад орчин гэж үзээд төгсгөлөг цуваагаа илэрхийлэх аргыг эрэх нь сонирхолтой. Энэ асуудалд хандах нэгэ хувилбарыг энэхүү өгүүлэлд авч үзэх болно. Грассманы хувьсагчий ашиглан, каноник хувиргалтаар орчны нөлөөг тооцох оролдлого хийж бусад аргатай харьцуулан, бозе осциляторын зарим асуудал хэрэглэсэн болно.

2.. Каноник хувиргалт.

Үүний урьд [3] -д Грассманы хувьсагчийг ашиглан ферми ба бозе бөөмийн төрүүлэх (устгах) операторын хувьд каноник хувиргалт (шилжилт)-ыг гаргасан билээ.

Каноник хувиргалт [3]-д хэрэглэсэн С-тоо η-г Грассман- ϑ^+ ба фермионы оператор a -аар, $\vartheta^+ a$- хэлбэрээр сольж өргөтгөе. Бичлэгийг хялбарчилахын тулд цаашид нэг хэмжээст тохиолдол авч үзнэ. Үүнийг өргөтгөхөд зарчмын бэрхшээл байхгүй. Иймд:

$$\beta = e^{-F} b e^{F} = b + f \cdot a\vartheta^{+} - \frac{f^2}{2} b\theta^{+}$$

Энд β - каноник хувиргалтын дараах бозон, b -анхны бозон, a^{+} a - фермион, f - хувиргалтын параметр

Мөн $\left[\beta^{\pm}\beta^{\pm}\right] = 0$ $\left[\beta\beta^{+}\right] = 1$ болохыг хялбархан шалгаж болно. (1)- ээс үзвэл b- нь вакуум дахь идеал бозоны оператор. Орчны (вакуум ч үүнд хамаарна) нөлөөг тооцвол идеал бозон b- нь β- болно. Энэ нөлөө нь a^{+} ферми ба Грассман ϑ^{+}-ээр илэрхийлэгдэнэ.

Грассман $\vartheta^{\pm}$- нь:

$$\left\{\theta^{\pm}\theta^{\pm}\right\} = \left\{\theta\,\theta^{+}\right\} = 0$$

шинж чанартай.
Үүнээс гадна:

$$\left\{a^{\pm},\theta\right\} = 0 \quad \left\{\beta^{\pm},\theta\right\} = 0$$

болно.

Грассман хувьсагч $\vartheta^{\pm}$ -ийг санамсаргүй хэмжигдэхүүн, систем дэх флуктуац байдлаар ойлгож болно. (2)-оор тодорхойлогдох каноник хувиргалтанд $\vartheta^{\pm}$ өөрчлөгдөхгүй, фермион a гаас α болж хувирна. Тухайлбал:

$$\alpha=a+f\cdot b\vartheta-\frac{f^2}{2}a\vartheta^+\vartheta \quad (3)$$

$$\{\alpha^{\pm}\alpha^{\pm}\}=0 \quad \{\alpha\alpha^+\}=1$$

(1) ба (3)-ыг a, b-ийн хувьд Грассманы огторгуй дахь буулгалт гэж болно. Буулгалтыг динамиктай холбох асуудал стохастик үзэгдлийг судлахад өргөн хэрэглэгддэг. Үүнтэй холбон үзэж болох болов судлах тусгаарлан авч судална. Гадны үйлчлэлд байгаа системийг судлах түгээмэл аргын нэг бол үүсгэгчийн арга мөн[1]. Математикийн хувьд нэгэн төрлийн бус тэгшитгэлийн шийдийг үүсгэгч бүхий системийг (1) ба (3)-аас харвал a, b тодорхойлогч хэмжигдэхүүн гэж үзэж болно. Грассманы огторгуй нь нэгэн төрлийн тэгшитгэлийн шийдэд харгалзана. Грассманы огторгуй дахь шилжилтэнд 2 ба 3 дугаар гишүүн нь нэгэн төрлийн бус тэгшитгэлийн тухайн шийдэд харгалзана. Иймд идеал бөөмийн орчинтой үйлчлэхийг тооцох нь орчноос шалтгаалах (a, b, ϑ, - с хамаарсан) ийг авч үзсэнтэй ижил гэж болно. Тодруулбал бозон (фермион) ыг орчи нь туйлшран грассман ϑ, ба фермион a (бозон b) хүрээлэгдэж бу мэтээр төсөөлж болно. Грассманы огторгуйд шилжихгүй бол ($\vartheta^{\pm}\rightarrow$ (идеал бөөм болох бозон (фермион) ыг хүрээлэх бүрхүүл үүсэхгүй. Як бүрийн корреляцийн функцыг олоход ерийн a ба b-д харгалзах хэсгээ гадна a, b, $\vartheta^{\pm}$ -ийн комбинацад харгалзах нэмэлт гишүүн үүснэ. Эн нь орчны нөлөөг эффектив байдлаар тооцсон засвар болно. Үүнд орчны үйлчлэлийн нөлөө нь систем дэх нэмэгдэл үйлчлэл хэлбэрээр илэрнэ.

Гадны орчны нөлөөг тооцоход идеал бөөм (өөрөөр битүү систем биш, харин эффектив бөөм α, β (битүү том системийн дэд систем болно). Ийм үед α, β -бөөмийг долгионы функцээр тодорхойлж болохгүй бөгөөд нягтын матриц руулах шаардлагатай. [2].

Грассманы огторгуйн шинжийг ашиглан идеал системээ орчинтойгоо ямар нэг хэмжээгээр (f -хувиргалтын параметрийг сонгож авах замаар) үйлчлэлцэх бараг задгай системийг тодорхойлох нягтын матрицын тухай ойлголтод хүрч болох юм. Гэвч эдгээр асуудлыг нарийвчлан авч үзсэний үндсэнд тодорхой дүгнэлт хийх ёстой.

3. Бозе осциллятор

Дээр дурдсан каноник хувиргалт - Грассманы огторгуйд шилжилтийг хэрэглэх жишээ болгож, нэг хэмжээст бозоны гармоник осциллятор авч үзье. Координат импульсийн огторуйд гармоник осцилляторын гамильтониан дараах хэлбэртэй байна.

$$H = \frac{P^2}{2m} + \frac{m\varpi^2 q^2}{2} \qquad (4)$$

(4)- тусгаарлагдсан системд харгалзана. Хэрэв орчны нөлөөг тооцвол, нэмэгдэх хэсэг нь хувиргалтын параметр f -ээс хамаарсан ерөнхий хэлбэртэй байх боловч хамгийн анхны нарийвчлалд системд орчноос үзүүлэх нөлөөг баримжаалж болно.

(4)-ийг дахин квантчилалын оператор $b^{\pm}$ шилжүүлж

$$H = \omega\left(b^{+}b + \frac{1}{2}\right) \qquad (5)$$

хэлбэртэй болгодог. (Жишээлбэл [4]-ийг үз). Энд h=1 гэв. (1)-ийг ашиглан (5)-ыг Грассманы огторгуйд шилжүүлбэл:

$$H = \omega\left(1 - f^2\theta^{+}\theta\right)b^{+}b - \omega f^2\theta^{+}\theta a^{+}a - f\omega\left(a^{+}\theta^{+}b + \theta^{-}b^{+}a\right) + \frac{\omega}{2}$$

(6)

$\langle\langle \vartheta^{+}\vartheta \rangle\rangle = 1$ $\quad\langle\langle \vartheta^{\pm} \rangle\rangle = 0$ - ийг ашиглан (6)-г дундачлая.

$$\langle\langle H \rangle\rangle = \omega\left(1 - f^2\right)b^{+}b - \omega^2 a^{+}a + \frac{\omega}{2}$$

(7)

Санамсаргүй хувьсагч $\vartheta^{\pm}$ - р дундачлахыг <<..>>гэж тэмдэглэв. (7)-ээс үзвэл шилжилт хийгээд дундачласны дараа нь $b^{+}b$- тэй пропорциональ байгаа тул <<H>>- нь (q,p) огторгуйд, q ба p-ийн хувьд квадратлаг байж таарна. f =0 үед H-д q^2 ба p^2 байх тул шинээр нэмэгдэх хэсэг V- нь qp - тэй пропорциональ байна. Иймд:

$$V = k \cdot qp \qquad (8)$$

$$F = -gradV = -k \cdot p = -kmq \qquad (9)$$

$\vartheta^{\pm}$-р дундачлахад (6)-ийн зарим хэсэг нь хаягдсан. Харин хам
анхны үлдэх хэсэг нь V болно.
(9)-өөс харвал бозе осцилляторт орчны үзүүлэх нөлөө нь ан
нарийвчлалд үрэлтийн хүч (9) -р тодорхойлогдоно.
(8) ба (9) -өөс

$$\gamma = k \cdot m \tag{10}$$

үрэлтийн коэффициент. Потенциалын тогтмол. Өөрөөр хэлбэл

$$V - qp = mq\dot{q} = \frac{m}{2}\frac{dq^2}{dt}$$

учир

$$V - \frac{d}{dt}\left(\frac{m\omega^2}{2}q^2\right)$$

эж болно.
Орчны нөлөө нь гармоник потенциалын өөрчлөлтөөр илэрхийлэгд
байна. Идеал нөхцөлд гармоник потенциал тогтмол байдаг.
(qp)- огторгуй дахь гамильтониан:

$$\mathrm{H} = \frac{P^2}{2m} + \frac{m\varpi^2}{2}q^2 + kqp \tag{11}$$

Үүнийг квантчилахад:

$$\mathrm{H} = \frac{P^2}{2m} + \frac{m\varpi^2}{2}q^2 + \frac{k}{2}\left(q\,p + p\,\hat{q}\right) \tag{11'}$$

Одоо (11)-ээс шилжиж диагональ хэлбэрт оруулъя

$$b = A \cdot \hat{q} + B\,p$$

$$b^{+} = A^{*} \cdot q + B^{*}\,p \tag{12}$$

Стандарт арга [4]-өөр (12)-оос -г олж (11)-д тавиад коммутаци
харьцааг тооцоход:

$$H = W\left(b^+b + \frac{1}{2}\right) \tag{13}$$

Энд

$$W = \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{m^2\omega^2}}\,\omega \tag{14}$$

Үрэлтийн нөлөөгөөр осцилляторын энерги багасч байна.

(1) томъёон дахь хувиргалтын параметр f-ийг осцилляторын m, ω ба орчны γ- тай холбох боломжийг авч үзье.

(1)-д нь дурын параметр бөгөөд ямар ч f-ийн хувьд коммутацийн харьцаа биелэнэ. f-д тодорхой холбогдол өгч бэхлэх нь орчны тодорхой нөлөөг тооцож байгаатай холбоотой. Бидний "үрэлт" гэж нэрлэж буй хэсгийг ерөнхий утгаар нь ойлгож болно. (7) ба (13)-аас b^+b-ийн коэффициентийг тэнцүүлбэл:

$$W = \omega\left(1 - f^2\right)$$

Эндээс:

$$f^2 = 1 - \frac{W}{\omega} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{m^2\omega^2}}$$

Мөн $\left\langle \omega\left(1 - f^2\right)b^+b - \omega f^2 a^+a + \frac{\omega}{2} \right\rangle = \left\langle W\left(b^+b + \frac{1}{2}\right)\right\rangle$-ээс

$$\left\langle a^+a \right\rangle = \frac{1}{2}$$

Иймд хувиргалтын дурын параметр f-ийг m,ω, γ - тай холбож бэхлэв. Н-д f-ийн холбогдлыг тавьж "үрэлт"-ийн дараачийн нарийвчлал дахь нөлөөг үзэж болно.

Осциллятор нь олон тооны физик үзэгдлийг судлах үндэс болдог учир цааш дэлгэрүүлэн хэрэглэх боломжтой. Ферми бөөмийн осциллятор нь классик түвшинд Грассманы хувьсагчийг агуулдаг учир бозе осциллятороос ялгаж тусгайлан авч үзэх шаардлагатай.

Ашигласан ном зохиол

1. Э.Хенли, В.Тирринг. Элементарная квантовая теория поля.М,1963
2. Р.Фейнман. Статистическая механика.М.1978
3. Д.Дамбасүрэн. Scientific Journal Mongolian State University. Sect. Phys. 1 (104),1992
4. Дж. Рейсленд. Физика фононов. М., 1975.

Abstract

The purpose of this paper was using Grassmann variables and canonical transformations to take the to investigate some features of the bosonic - oscillator .