Решения

Пологаем, что свет падает из накладки ($z \le 0$) на поверхность (z 0) анизотропной и нелинейной пленки ширины d. Волну в плен представим в виде

$$E_x = iA\exp(i\phi_A)\varphi + \text{k.c.},\ E_x = e\exp(i\phi_h)\varphi + \text{k.c.},\ E_z = e_z\exp(i\phi_e)\varphi + \text{k.c}$$

$$H_x = iH\exp(i\phi_H)\varphi + \text{k.c.},\ H_y = h\exp(i\phi_e)\varphi + \text{k.c.},\ H_z = h_z\exp(i\phi_h)\varphi +$$

Здесь $\varphi = \exp(-i\omega t + ik_0\beta x)$, k_0-модуль волнового вектор соответствующий вакууму, β- постоянная рефракции, ω- кругов частота,

$A > 0, e > 0, e_z > 0, H > 0, h > 0, h_z > 0.$

По выбору геометрии амплитуды A, e, e_z, H, h, h_z, а также фа $\phi_A, \phi_e, \phi_H, \phi_h$ зависят только от z- координаты. В уравнениях Максвел фазовые разности исключаются с помощью соотношений зако сохранения потоков.

Для электронной нелинейности

$$\alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \alpha_{zz} = 3\alpha_{xy} = 3\alpha_{xz} = 3\alpha_{zy} \ .$$

функцией U, удовлетворяющей условию интегрируемости приведенному в [10]:

$$\in_{xx} E_x = \frac{\partial U}{\partial E_x^*}\ ,\ \in_{yy} E_y = \frac{\partial U}{\partial E_y^*}\ ,\ \in_{zz} E_z = \frac{\partial U}{\partial E_z^*}. \quad (2)$$

является

$$U = \varepsilon_x |E_x|^2 + \varepsilon_y |E_y|^2 + \varepsilon_z |E_z|^2 + \alpha_{xy} |E_x|^2 |E_y|^2 + \alpha_{xz} |E_x|^2 |E_z|^2 + \alpha_{yz} |E_y|^2 |E_z|^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\alpha_{xx} |E_x|^4 + \frac{1}{2}\alpha_{yy} |E_y|^4 + \frac{1}{2}\alpha_{zz} |E_z|^4. \quad (3)$$

Это выражение можно написать в другой более компактном виде

$$U = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \in_{xx})|E_x|^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_y + \in_{yy})|E_y|^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_z + \in_{zz})|E_z|^2 . \ (4)$$

При условии

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z\ ,\ \alpha_{xy} = \alpha_{xz} = \alpha_{yz} = \alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \alpha_{zz}$$

формула для U переходит в

$$U = \frac{\in^2 - \varepsilon^2}{2} \ . \quad (5)$$

что соответствует изотропному случаю нелинейности типа керра. При выполнении условий (2) существует следующий первый интеграл[10]:

$$\left|\frac{dE_x}{dz}\right|^2 + \left|\frac{dE_y}{dz}\right|^2 = -U + \beta^2(|E_x|^2 + |E_z|^2) + cnst \quad . (6)$$

Теперь рассмотрим два частных случая поляризации в отдельности, используя этот интеграл.

TE-волна. По определению $h = A = E_z = 0$, остальные компоненты поля, вообще говоря, не равны нулю. Приведём из системы уравнений Максвелла следующее уравнение

$$\frac{dE_y}{dz} = H. \qquad (7)$$

Это совместно с (6) даёт

$$|H|^2 = -U + \beta^2 e^2 + cnst \quad . \qquad (8)$$

Здесь

$$e^2 = \frac{\in_{yy} - \varepsilon_y}{\alpha_{yy}}, \; U = \frac{\in_{yy}^2 - \varepsilon_y^2}{\alpha_{yy}} \quad . \; (9)$$

Подставляя эти выражения в (8), получаем,что

$$|H|^2 = -\frac{\in_{yy}^2 - \varepsilon_y^2}{2\alpha_{yy}} + \beta^2 \frac{\in_{yy} - \varepsilon_y}{\alpha_{yy}} + cnst \quad . (10)$$

а также

$$|H_z|^2 = \beta^2 e^2 = \beta^2 \frac{\in_{yy} - \varepsilon_y}{2\alpha_{yy}} \quad . \qquad (11)$$

Уравнение эволюции величины $\in_{yy}$ по координате z

$$\frac{d\in_{yy}}{dz} = 2\alpha_{yy}\sqrt{e^2 H^2 - 4co_2^2} \quad . \quad (12)$$

где, co_2-постоянная величина, представляющая поток энергии. e^2 согласно первой формуле (9), а также H^2 по (11) выражаются через одну и ту же величину $\in_{yy}$. Разделением переменных в (12) переходим к интегралу

$$z = d \pm \frac{1}{2\alpha_{yy}} \int_{I_0}^{I} \frac{d\in_{yy}}{\sqrt{e^2 H^2 - 4co_2^2}} \quad . \; (13)$$

где I_0 -величина интенсивности света на граничной с подлож плоскости плёнки, z= d, d- толщина плёнки.

ТМ-волна. По определению e= H_z= H= 0. А осталь компоненты поля не равны нулю.

Приведём из системы уравнений Максвелла следующее уравнение

$$\frac{dA}{dz}=\frac{\in_{zz}-\beta^2}{\in_{zz}}h \quad (14)$$

Это уравнение совместно с (6) даёт

$$\left(\frac{\in_{zz}-\beta^2}{\in_{zz}}\right)^2 h^2=-U+\frac{\beta^4}{\in_{zz}}h^2+cnst \quad .(15)$$

От третьего выражения в (1) находим,что

$$|E_x|^2=\frac{1}{\alpha_{zx}}\left(\in_{zz}-\varepsilon_z-\alpha_{zz}\frac{\beta^2 h^2}{\in_{zz}^2}\right) \quad .(16)$$

Подставляя это выражение в (15) получаем

$$u_4 h^4+(1+u_2-2\frac{\beta^2}{\in_{zz}})h^2+u_0-cnst=0. \quad (17)$$

где

$$u_0=(\varepsilon_x(\in_{zz}-\varepsilon_z)+\frac{1}{2}\frac{\alpha_{xx}}{\alpha_{zx}}(\in_{zz}-\varepsilon_z)^2)\frac{1}{\alpha_{zx}},$$

$$u_2=((-\varepsilon_x+\frac{\alpha_{xx}}{\alpha_{zx}}\varepsilon_z)\frac{\alpha_{zz}}{\alpha_{zx}}+(1-\frac{\alpha_{zz}}{\alpha_{zx}}\frac{\alpha_{xx}}{\alpha_{zx}})\in_{zz})\frac{\beta^2}{\in_{zz}^2},$$

$$u_4=(-1+\frac{\alpha_{xx}}{\alpha_{zx}}\frac{\alpha_{zz}}{\alpha_{zx}})\frac{\alpha_{zz}}{2}\frac{\beta^4}{\in_{zz}^4}.$$

Отсюда

$$h^2=-\frac{1+u_2}{2u_4}+\frac{\beta^2}{\in_{zz}u_4}\pm((-\frac{1+u_0}{2u_4}+\frac{\beta^2}{\in_{zz}u_4})^2+\frac{-u_0+cnst}{u_4})^{\frac{1}{2}} \quad .(18)$$

Итак, мы получили фактически два выражения для h^2, содержащ многие параметры

$cnst, \beta^2, \varepsilon_x, \varepsilon_z, \alpha_{xx}, \alpha_{zx}, \alpha_{zz}$.

Выбор знака в (18) требует более тонкого разбирательства. Он буд зависеть от приграничного значения величины $\in_{zz}$, которое определя параметр, а также величину потока энергии. Неоднозначностью выражения (18) . анизотропная нелинейность существенно отличается от изотропного

случая. Здесь мы имеем дело с особенностью типа ветвления. Эта связана с присутствием старшего члена четвертого порядка в уравнении (17). В случае ,если $u_4 = 0$ она исчезает. В изотропном случае, где

$\alpha_{xy} = \alpha_{xz} = \alpha_{yz}$.

величина u_4 равна нулю. Следовательно сингулярность типа ветвления связана с анизотропиостъю нелинейной части главных значений диэлектрического тензора среды Керра. Отметим, что пока мы не успели идентифицировать какое физическое явление стоит за этой особенностью. Из-за множественности параметров и сложности математической структуры решения анализ должен быть нетривиальным. Зависимость величины ϵ_{zz} от координаты z определяется следующим дифференциальным уравнением

$$\frac{d\epsilon_{zz}}{dz} = \frac{2}{\epsilon_{zz}^3 + 2\beta^2\alpha_{zz}h^2}(\alpha_{zz}(\epsilon_{zz} - \beta^2)\epsilon_{zz}^2 - \beta^2\alpha_{zz}\epsilon_{zz}\epsilon_{xx})\times \quad (19)$$

$$\times\sqrt{h^2A^2 - 4co_1^2}.$$

где, co_1-постоянная величина, представляющая собой поток энергии

Формула (18) выражает h^2 через ϵ_{zz} . Из (16) видно ,что A^2 выражается также через ϵ_{zz}. Таким образом все ненулевые компоненты поля являются функциями только от ϵ_{zz} .Уравнение (19) разделением переменных приводится к квадратуре:

$$z = d \pm \frac{1}{2}\int_{I_0}^{I} \frac{(\epsilon_{zz}^3 + 2\beta^2\alpha_{zz}h^2)\ \sqrt{A^2h^2 - 4co_1^2}}{\alpha_{zz}(\epsilon_{zz} - \beta^2)\epsilon_{zz}^2 - \beta^2\alpha_{zz}\epsilon_{xx}\epsilon_{zz}} d\epsilon_{zz}$$

(20)

где I_0 -величина интенсивности света на граничной с подложкой плоскости плёнки, z= d, d-толщина плёнки.

В настоящее время известен целый класс кристаллов, главные значения диэлектрического тензора которых являются более общей квадратичной функцией от полевых компонент, чем (1) [9].

Отметим что, использованная в данной работе процедура та
применима к этому типу нелинейностей.

Дүгнэлт

Керр шугаман бус анизотроп илтэс доторх гэрлийн долгиог сарни
бодлогын бодлогын хүрээнд авч үзэв. Максвеллийн тэгшитгэлийн TE
TM долгионд таарах формаль шийдүүд олов. TM-ийх нь салбар
онцлогтой байна. Энэ судалгаанд хэрэглэсэн аргыг ерөнхий квадрат
шугаман бус ангийн кристаллд бас хэрэглэж болно.Литература

[1] Борн М., Вольф Э., Основы оптики, 1970, М., наука.
[2] Бломберген Н., Нелинейная оптика,1966, М., Мир.
[3] Каплан А. Е. Письма в ЖЭТФ, 1976, т.24, с.132-135.
[4] Михалеке Д. И др., ЭЧАЯ, 1992,т.23, вып.1, 122-173, Дубна
[5] Leung K.M., Lin R. I., Phys. Rev.,1991, v.44, N 10, p. 5007
[6] Очирбат Г., Препринт ОИЯИ, 1991, P17-91-358, Дубна.
[7] Очирбат Г., К вопросу интегрирования задачи распространёния световых волн общей поляриза в нелинейной плоской плёнке. В этом же номере ЭШБ.
[8] Stegeman G.I., I.E.E.E.J. Quantum Electron., 1982, v.18, p.16
[9] Dmitriev V. G., Gurzadyan, Nicogosyan, Handbook of NL optic crystals, 1995, springer series.
[10] Г.Очирбат ба бусад, Препринт ОИЯИ, 1996, P17-96-382, Дубна.

Abstract

Light wave in an anisotropic film with Kerr nonlinearity is conside in the framework of a scattering problem. Formal solutions of Max equations have been obtained separately for TE and TM waves. The latte a solution of branching type. The procedure used in the investigation can applied to a more general class of crystals with a square nonlinearity.