МУИС, ЭРДЭМ ШИНЖИЛГЭЭНИЙ БИЧИГ №4 (137), 1998

Кулоны хоёр төв дээр хөдөлж буй электроны сарнилын төлөв байдлыг илэрхийлэх асуудалд

Х.Цоохүү

МУИС, Физик-Электроникийн Сургууль

О.Чулуунбаатар

МУИС, Математик-Компьютерийн Сургууль

Abstract

Квант механикийн хоёр төвийн бодлогын хувьд Редмонд, ББК төсөөт асимптот шийдүүдийг байгуулсан. Шредингерийн тэгшитгэлд $O(1/(kr)^2)$ эрэмбийн гишүүдийг тооцож хоёр төвийн бодлогын ББК төсөөт шийдийг сайжруулж тодорхойлов. Нэг хэмжээст тохиолдолд хоёр төвийн бодлогын төгс шийдийг цуваа хэлбэртэйгээр олсон ба сарнисан электрон төвүүдийг холбосон шулууны ойролцоо байхад гурван хэмжээст шийдийг байгуулсан.

1 Оршил

Сүүлийн жилүүдэд кулоны харилцан үйлчлэл бүхий гурван биеийн тасралтгүй спектрийн бодлого судлаачдын анхаарлыг ихээр татах боллоо. Үүний шалтгаан нь мөргөлдөөний дараах төлөвт кулоны алсын үйлчлэлийг (PCI) туршлагаар илрүүлсэн явдал юм. Тухайлбал энд цэнэгт бөөм - атомын мөргөлдөөний ионочлолын давхар огтлолд ажигласан касп ба антикасп бүтцийг дурьдаж болно.

Үүнтэй холбоотойгоор бие биеэсээ сарниж буй цэнэгтэй гурван бөөмийн төлөвийг зөв тодорхойлох шаардлага зүй ёсоор тавигдах болов.

Гурван бөөм гурвуулаа бие биеэсээ хязгааргүй хол байх үеийн асимптот шийдийг анх Редмонд олсон байна[1]. Үүний дараа М.Брайнер, J.Бригс, Н.Клар (ББК) нар гурван бөөмийн сарнилын функц нь асимптотикт Якобийн координатуудаас хамаарах Кулоны функцын үржвэр хэлбэртэй тавигдахыг үзүүлсэн байна [4]. ББК функц протон -атомын мөргөлдөөний касп, антипротон - атомын мөргөлдөөний антикасп үүсэх механизмыг тус тус ойлгоход чухал алхам болсон юм. Редмонд болон ББК шийдийн аль аль нь гурван биеийн хоорондох зай хязгааргүй хол байхад тохирно.

Кулоны харилцан үйлчлэл бүхий гурван сул бөөмийн хоёр нь хоорондоо ойрхон , гуравдахь нь хязгааргүй хол байх үеийн шийд байгуулах асуудлыг А.Мухамеджанав , Е. Олт нар авч үзжээ [5].

Эдгээрийн олсон шийд ББК төсөөт бөгөөд ялгаа нь харьцангуй хөдөлгөөний импульс гуравдахь бөөмийн координатаас хамаарч, локаль бус болсон байна.

ББК шийдийн өөр нэг сонирхолтой хувилбарыг Ж.Беракдар судалжээ. Тэрээр кулоны функцэд байгаа Зоммерфельдийн параметр сарниж байгаа бөөмсийн харилцан байршлаас хамаардаг болохыг үзүүлсэн[6]. Тэрээр мөн гурван биеийн сарнилын бодлогыг парабол-гиперсфер координатын системд авч үзснээр системийн гамильтониан инвариант байх хувиргалтыг олсон нь бусад ажлуудад тусгалаа олжээ[7].

Бид энэхүү өгүүлэлд гурван биеийн сарнилын бодлогын асуудлаар сүүлийн жилүүдэд хийгдсэн онолын судалгаан дээр тулгуурлан кулоны хоёр төвөөс электрон сарних бодлогыг авч үзэх зорилго тавьсан. Энэ бодлого электрон молекулаас сарних үзэгдлийг илэрхийлэх болон мезоатомын бодлогод чухал ач холбогдолтой юм.

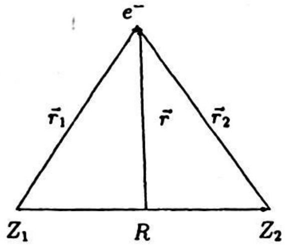
Квант механикийн хоёр төвийн бодлогыг ихэвчлэн сферидаль координатын системд хувьсагчдаар нь салгаж цааш тоон аргаар боддог [2, 3]. Энэ тохиолдолд сарниж буй бөөмийн (электрон) импульсийн чиглэл нь тодорхойлогддоггүй. Гэтэл сарнилын ихэнх бодлогод , тухайлбал эжекцийн электроны нисэж гарсан чиглэл , энергээрхи дифференциал огтлолыг авч үзэх үед сарнисан электроны импульс мэдэгдэж байх шаардлагатай.

Энэхүү өгүүлэлд хоёр төвийн бодлогын хувьд электроны импульс тодорхой утгатай байх шийдийг байгуулах боломжийг авч үзлээ.

§ 2-д хоёр төвийн бодлогын ББК ба Редмонд төсөөт асимптот шийдийг байгуулсан. § 3-д Шредингерийн тэгшитгэлд $O\left(\frac{1}{(kr)^2}\right)$ гишүүдийг оруулан тооцож ББК шийдийг сайжруулж олсон. Шинээр олсон шийдийг ББК шийдтэй харьцуулсан. § 4-д нэг хэмжээст хоёр төвийн бодлогын цуваа хэлбэрийн төгс шийд байгуулах асуудлыг авч үзнэ. § 5-д сарниж буй электрон хоёр төвийг холбосон шулууны ойролцоо хөдөлж байх үед 3 хэмжээст шийдийг тус тус байгуулсан болно.

2 Хоёр төвийн бодлогын ББК ба Редмонд төсөөт асимптот шийд

Үл хөдлөх хоёр цэгэн цэнэгийн үүсгэх кулоны оронд хөдөлж буй электроныг авч үзье (Зур1).



Зур.1

Зурагт $\vec{R}$ -төвүүдийн хооондох , $\vec{r}_i$- электроноос харгалзах төвүүд хүртлэх, r-төвүүдийг холбосон шулууны дундчаас электрон хүртлэх зайг тус тус тэмдэглэсэн болно. Системийн гамальтониан

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_r - \frac{Z_1 e}{r_1} - \frac{Z_2 e}{r_2} \tag{1}$$

хэлбэртэй ба

$$\vec{\nabla}_r\psi = \vec{\nabla}_{r_1}\psi = \vec{\nabla}_{r_2}\psi$$

болохыг тооцож

$\vec{\nabla}_{r_i}\psi = \vec{\nabla}_i\psi$ гэж тэмдэглэвэл оруулбал $(i = 1, 2.)$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m}\Delta_2 - \frac{1}{m}\nabla_1\nabla_2 - \frac{Z_1 e}{r_1} - \frac{Z_2 e}{r_2} \tag{2}$$

болно.

Шредингерийн тэгшитгэл

$$(H - E)\psi(r) = 0 \tag{3}$$

-ийн шийдийг

$$\psi(\vec{r}) = \psi_1(\vec{r}_1)\psi_2(\vec{r}_2), \tag{4}$$

$$\psi_i(\vec{r}_i) = e^{\frac{i\vec{k}\vec{r}_i}{2}} Q_i(\vec{r}_i), \qquad i = 1,2 \tag{5}$$

хэлбэртэй эрье. Үүнд $\vec{k}$-сарниж буй электроны импульс.

Энэ тохиолдолд (3) тэгшитгэл

$$\left[\frac{1}{2}\Delta_1 Q_1 + i\vec{k}\vec{\nabla}_1 Q_1 + \frac{Z_1}{r_1}Q_1 + \frac{(\vec{\nabla}_1 Q_1)\vec{\nabla}_2}{2}\right] Q_2(\vec{r}_2) +$$

$$+ \left[\frac{1}{2}\Delta_2 Q_2 + i\vec{k}\vec{\nabla}_2 Q_2 + \frac{Z_2}{r_2}Q_2 + \frac{(\vec{\nabla}_2 Q_2)\vec{\nabla}_1}{2}\right] Q_1(\vec{r}_1) = 0 \tag{6}$$

хэлбэрт шилжинэ. Энэ тэгшитгэлийг атомын нэгжид ($e = \hbar = m = 1$) бичсэн ба дунд хаалтан дахь нэмэгдэхүүнүүдийг тус тусад нь тэгтэй тэнцүүлбэл:

$$\left[\frac{1}{2}\Delta_i Q_i + i\vec{k}\vec{\nabla}_i Q_i + \frac{Z_i}{r_i}Q_i + \frac{(\vec{\nabla}_i Q_i)\vec{\nabla}_j}{2}\right] Q_j(r_j) = 0 \quad i \neq j; \quad i,j = 1,2 \tag{7}$$

болно. Сүүлчийн тэгшитгэлд наблуудын үржвэртэй гишүүдийг орхивол шийд нь

$$Q_i(r_i) = F(i\eta_i, 1, i[kr_i - \vec{k}\vec{r}_i]) \tag{8}$$

болно. Улмаар энэ ойролцоололд (3) тэгшитгэлийн шийд

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{e^{(i\vec{k}(\vec{r}_1+\vec{r}_2))/2}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} N_1 N_2 F(i\eta_1, 1, i[kr_1 - \vec{k}\vec{r}_1]) F(i\eta_2, 1, i[kr_2 - \vec{k}\vec{r}_2]) \tag{9}$$

гэж бичигдэнэ. Энэ функцийг

$$< \psi_{\vec{k}'}(\vec{r}) | \psi_{\vec{k}}(\vec{r}) >= \delta(\vec{k} - \vec{k}') \tag{10}$$

гэж нормчилбол

$$N_i = e^{\frac{\pi\eta_i}{2}} |\Gamma(1 - i\eta_i)| \tag{11}$$

болно. Энд $\eta_i = Z_i/k$ Зоммерфельдийн параметр.

(9) шийд бол хоёр төвийн бодлогын ВВК төсөөт асимптот шийд бөгөөд $r \to \infty$ үед Редмондын асимтотикт

$$\psi(\vec{r}) \approx e^{i\vec{\kappa}\frac{\vec{r}_1+\vec{r}_2}{2}} e^{-i\eta_1 ln(\kappa r_1 - \vec{\kappa}\vec{r}_1)} e^{-i\eta_2 ln(\kappa r_2 - \vec{\kappa}\vec{r}_2)} \tag{12}$$

шилжинэ.

Бидний олсон (9) функц (7) тэгшитгэлийг $O\left(\frac{1}{(kr)^2}\right)$ нарийвчлалтай хангана гэдгийг харуулъя. Үнэхээр

$$\vec{\nabla}Q(\bar{r}) = -\eta(k\hat{r} - \vec{k})F(i\eta + 1, 2, i[kr - \bar{k}\bar{r}]) \tag{13}$$

бөгөөд $r \to \infty$ үед

$$\bar{\nabla}Q(\bar{r}) = \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(1 - i\eta)} \frac{\eta(\hat{r} - \hat{k})}{i(1 - \hat{k}\hat{r})} \frac{e^{-\frac{\pi\eta}{2} - i\eta \ln[kr - \bar{k}\bar{r}]}}{r}[1 + O\left(\frac{1}{kr}\right)] \tag{14}$$

учраас ($\hat{a} = \vec{a}/a$-нэгж вектор) бидний орхисон гишүүн

$$(\nabla_1 Q_1)(\nabla Q_2) \sim O\left(\frac{1}{(kr)^2}\right) \tag{15}$$

эрэмбэтэй болно. Эндээс ББК шийд бол Шредингерийн тэгшитгэлд O(1/(kr)) эрэмбийн гишүүдийг тооцоход гарах шийд гэсэн дүгнэлт хийж болно.

3 Сайжруулсан ББК асимптот шийд

Тэгшитгэл (7)-д $O(\frac{1}{(kr)^2})$ гишүүдийг тооцож шийдийн нарийвчлалыг сайжруулъя. Өмнө хаясан наблын үржвэртай гишүүн $\vec{\nabla}_j Q_j(\bar{r}_j)$-г (13)-аар соливол

$$\frac{1}{2}\Delta_i Q_i + i\vec{k}\vec{\nabla}_i Q_i + k\frac{\eta_i}{r_i}Q_i - \frac{i\eta}{2}\frac{\hat{r}_i - \hat{k}}{1 - \hat{r}_i\hat{k}}\frac{\vec{\nabla}Q_i}{r_i} = 0 \tag{16}$$

тэгшитгэлд хүрнэ. Энэ тэгшитгэлийн дөрөвдэх нийлбэрийг бичихдээ $\vec{r}_2 \to \vec{r}_1$ гэж сольсон ба

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} + O\left(\frac{1}{r_1^2}\right) \tag{17}$$

тул Шредингерийн тэгшитгэлд $O\left(\frac{1}{(kr)^3}\right)$ нарийвчлалтай гишүүд өгнө. Шинээр гарсан (16) тэгшитгэлийг бодохын тулд

$$x_i = i(kr_i - \vec{k}\vec{r}_i), \quad i = 1, 2 \tag{18}$$

хувьсагч тодорхойлбол

$$\begin{aligned} \nabla_i Q_i &= ik(\hat{r}_i - \hat{k})Q_i', \\ \Delta_i Q_i &= -\frac{2k^2}{x_i}(1 - \hat{k}\hat{r}_i)Q_i' - 2k^2(1 - \hat{k}\hat{r}_i)Q_i'' \end{aligned} \tag{19}$$

учраас (Энд штрихээр x_i-ээр авсан уламжлал тэмдэглэв.)

$$x_i Q_i'' + (1 - i\eta_j - x_i)Q_i' - i\eta_i Q_i = 0 \qquad . \tag{20}$$

тэгшитгэлд хүрнэ. Энэ тэгшитгэлийн шийд

$$Q_i = F(i\eta_i, 1 - i\eta_j, x) = F(i\eta_i, 1 - i\eta_j, i[kr_i - \bar{k}\bar{r}_i]) \tag{21}$$

болох ба (4), (5)-д орлуулбал (3) тэгшитгэлийн шийд

$$\psi(\bar{r}) = \frac{e^{\frac{ik(r_1+r_2)}{2}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \tilde{N}_1 \tilde{N}_2 F(i\eta_1, 1 - i\eta_2, i[kr_1 - \bar{k}\bar{r}_1]) F(i\eta_2, 1 - i\eta_1, i[kr_2 - \bar{k}\bar{r}_2]) \tag{22}$$

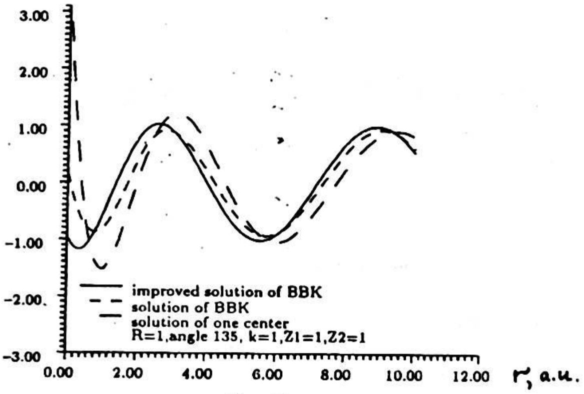
болно. Энэ шийдийг (10) нөхцлөөр нормчилбол тогтмол нь

$$\tilde{N}_i = \left| \frac{\Gamma[1 - i(\eta_i + \eta_j)]}{\Gamma(1 - i\eta_i)} \right| e^{\frac{\pi\eta_i}{2}} \tag{23}$$

гэж олдоно.

Өмнө хийснээс үзвэл (22) шийд (3) тэгшитгэлийг $r \to \infty$ үед $O(\frac{1}{(kr)^3})$ нарийвчлалтай хангана. Үүнийг ВВК маягийн шийд (9) -тэй харьцуулбал хоёр төрлийн ялгаа ажиглаж болно. Үүнд нэгд мохсон гипергеометр функцын 2-р аргумент өөрөөр тодорхойлогдсон, хоёрт нормчлолын тогтмол зөрөөтэй байна.

Зур.2-т ББК шийд ба түүний сайжруулсан хувилбарыг жишиж харуулав. Мөн энд нийлбэр цэнэг бүхий нэг төвийн кулоны функцийг харьцуулав. Электроны координатын бага утганд сайжруулсан шийд ББК шийдээс ихээхэн ялгаатай болох нь харагдаж байна.



Зур.2

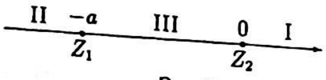
ББК, сайжруулсан ББК шийд болон нийлбэр цэнэг бүхий нэг төвийн кулоны функцийг харьцуулсан нь

4 Нэг хэмжээст бодлогын төгс шийд

Хоёр төвийн бодлого нь нэг хэмжээст тухайн тохиолдолд цуваа хэлбэрийн төгс шийдтэй гэдгийг үзүүлж болно. Тооллын эхийг Z_2 цэнэгтэй давхцуулж авбал Шредингерийн тэгшитгэл нь

$$-\frac{1}{2}\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}-\left(\frac{Z_1}{|x+a|}+\frac{Z_2}{|x|}\right)\Psi(x)=E\Psi(x) \tag{24}$$

болно. Үүнийг бодохын тулд $-\infty < x < \infty$ завсрыг гурван хэсэгт хувааж үзэх нь тохиромжтой (Зур.3).



Зур.3

Зай хэмнэх үүднээс (24) тэгшитгэлийн бодолтыг хийхгүйгээр эцсийн үр дүнг шууд бичье. Тухайлбал I мужид шийдийг

$$\Psi_I(x)=e^{-i\kappa x}Q(x) \tag{25}$$

хэлбэртэй эрэхэд Q(x)

$$Q(x)=4ikxRe\{\frac{1}{\Gamma(1-i\eta_1-i\eta_2)}\varphi(2ikx)\} \tag{26}$$

гэж олдоно. Үүнд

$$\varphi(z)=(-z-b)^{(-i(\eta_1+\eta_2)-1)}*D(i\eta_1,\eta_2,b,-z-b), \tag{27}$$

$$b=2ika,\qquad \eta_i=\frac{Z_i}{k}i=1,2,$$

$$D(i\eta_1,i\eta_2,b,y)=\sum_{j=0}^{\infty}a_jy^{-j} \tag{28}$$

бөгөөд цувааны коэффициентууд

$$a_j=\frac{a_{j-1}[(i\eta_1+i\eta_2+j)(i\eta_1+i\eta_2+j-1-b)+i\eta_1b]}{j}+$$

$$+\frac{baj-2(i\eta_1+i\eta_2+j-1)(i\eta_1+i\eta_2+j)}{j}$$

рекурент томъёогоор тодорхойлогдоно. Цуваа (28) нь асимптотик цуваа гэдгийг үзүүлэхэд төвөггүй.

II мужид (24) тэгшитгэлийн шийд өмнөхтэй төсөөтэй бичигдэнэ. Харин III мужид

$$\Psi_{III}(x) = \Gamma(1-\eta_2)e^{\pi\eta_2/2} \quad 2ikx \quad F(1+i\eta_2, 2, -2ikx) \tag{29}$$

гэж бичигдэнэ. Үүнд: $F(1+i\eta_2, 2, -2ikx)$- бөхсөн гипергеометр функц.

Эцэст нь нэг хэмжээст хоёр төвийн бодлогын ББК төсөөт шийд нь дараах хэлбэртэй гэдгийг үзүүлж болно (7).

$$\Psi(x) = N_1 N_2 e^{ikx} 4k^2 |x(x+a)| F(1+i\eta_2, 2, 2ik|x|) F(1+i\eta_1, 2, 2ik|x+a|).$$

5 Электрон төвүүдийг холбосон шулууны орчимд хөдөлж байх үеийн шийд

Нэг хэмжээст тохиолдолд гарган авсан үр дүнг ашиглан электрон z тэнхлэгт ойрхон байх үеийн гурван хэмжээст шийдийг байгуулж болно. Хоорондоо R зайд орших хоёр төвийг холбосон шулууны дагуу z тэнхлэгийг сонгон авч электроны x, y, z координат

$$x^2 + y^2 << z^2 \tag{30}$$

нөхцлийг хангаж байна гэж үзье. Тэгшитгэл (3)-ийн шийдийг

$$\Psi(\bar{r}) = e^{sign(-z)\overline{i\kappa r}} Q(\bar{r})$$

хэлбэртэйгээр эрэхэд Q функц

$$\Delta Q + 2sign(-z)i\vec{k}\nabla Q + \left(\frac{2Z_1}{r_1} + \frac{2Z_2}{r_2}\right) Q = 0 \tag{31}$$

тэгшитгэлийг хангана. Цааш нь (30) ёсоор

$$r_1 \simeq |z+R|, \quad r_2 \simeq |z|$$

гэж соливол (31) тэгшитгэл

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}\right) Q + 2sign(-z)i\left(\kappa_x \frac{d}{dx} + \kappa_y \frac{d}{dy} + \kappa_z \frac{d}{dz}\right) Q + + \left(\frac{2Z_1}{|z+R|} + \frac{2Z_2}{|z|}\right) Q = 0 \tag{32}$$

тэгшитгэлд шилжинэ. Энэ тэгшитгэлийн онцлог нь хувьсагчид нь ялгарах бөгөөд

$$Q(x,y,z) = Q_1(x)Q_2(y)Q_3(z) \tag{33}$$

хэлбэртэй эрвэл

$$\frac{d^2Q_3(z)}{dz^2} + 2sign(-z)i\kappa_z\frac{dQ_3(z)}{dz} + \left(\frac{2Z_1}{\mid z+R\mid} + \frac{2Z_2}{\mid z\mid}\right)Q_3(z) = 0 \tag{34}$$

$$\frac{d^2Q_2(y)}{dy^2} + 2sign(-z)i\kappa_y\frac{dQ_2(y)}{dy} = 0 \tag{35}$$

$$\frac{d^2Q_1(x)}{dx^2} + 2sign(-z)i\kappa_x\frac{dQ_1(x)}{dx} = 0 \tag{36}$$

тэгшитгэлүүдэд шилжинэ.

(34) тэгшитгэлийг §4-д бодсон билээ.

(35) ба (36) тэгшитгэлийн шийд нь $Q_j(0) = 1(j = 1,2)$ захын нөхцөл хангаж байхын тулд

$$Q_2(y) = e^{-2isign(-z)\kappa_y y}, \qquad Q_1(x) = e^{-2isign(-z)\kappa_x x} \tag{37}$$

байна. Энд $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z$-ээр к векторын компонентуудыг тэмдэглэв.

Иймд төвүүдийг холбосон шулууны орчинд байгаа электроны долгионы функц

$$\Psi(x,y,z) = Ne^{isign(-z)(\kappa_z z-\kappa_x x-\kappa_y y)}Q_3(z) \tag{38}$$

хэлбэртэй бичигдэнэ. Нормчлолын тогтмол нь өмнө олсонтой давхцана.

6 Дүгнэлт

1. Квант механикийн хоёр төвийн бодлогын хувьд Редмонд, ББК төсөөт шийдүүдийг байгуулав.

2. Шредингерийн тэгшитгэлд $O(1/(\kappa r)^3)$ гишүүдийг тооцож ББК шийдийг сайжруулсан. Шинээр олсон шийд ба ББК шийд хоёр электроны координат $r < 2$ мужид ихээхэн зөрөөтэй болохыг харууллаа.

3. Авч үзэж буй бодлого нэг хэмжээст тохиолдолд цуваа хэлбэрийн төгс шийдтэй болохыг үзүүллээ. Шийдийг илэрхийлэх асимптот цувааг тайрах нөхцлийг тодорхойлсон.

4. Нэг хэмжээст бодлогын анализыг ашиглан төвүүдийг холбосон шулууны ойролцоо электрон хөдөлж буй тохиолдолд 3 хэмжээст аналитик шийд байгуулсан.

5. Бидний олсон дээрхи шийдүүдийг сарнилын онолын тооцоонуудад хэрэглэх бүрэн боломжтой болно.

Талархал

Энэхүү өгүүлэлд холбогдох асуудлуудыг шүүн ярилцаж ,үнэтэй зөвлөгөө өгч ирсэн Физик-Математикийн ухааны доктор Т.Жанлав, Данийн Аарусын их сургуулийн багш Ph.D. Жеспер Мадсен нарт талархал илэрхийлье.

Abstract

Redmond and Brauner, Briggs, Klar (BBK) analogy solutions for two-center Continuum problem of quantum mechanics is constructed. In asymptotic region, the Shrödinger equation is solved including terms of order $O(1/(kr)^2)$. In result, the BBK analogy solution is improved essentially. It is shown that in one-dimension case, the above-mentioned problem has exact solution of series type. When scattered electron is located near the inter-center axis, 3-dimension solution is found.

References

[1] Редмонд "Хэвлүүлээгүй ажил", 1972

[2] И.В.Комаров, Л.И.Пономарев, С.Ю.Славянов "Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции", Москва, 1976

[3] Т.Жанлав, И.В.Пузинин "Препринт ОИЯИ" Дубна, P11-91-351, 1991

[4] M.Brauner, J.Briggs and H.Klar. Phys. Rev., B22, (2265)1989

[5] E.O.Alt, A.M.Mukhamedzhanov "Asymptotic solution of the Schrödinger equation for three charged particles", Phys. Rev., (2004-2023)1993

[6] J.Berakdar "Approximate analytical solution of the quantum-mechanical three body Conlomb continuum problem", Phys. Rev., (2314-2326)1995

[7] J.Berakdar "Parabolic-hyperspherical approach to the fragmention of three-particle Coulomb systems", Phys. Rev., (1480-1486)1996

[8] Kh.Tsookhuu, J.Madsen, O.Chuluunbaatar and N.Tsogbadrakh "Asymptotic Solution for the two-Centre Coulomb Continuum Problem", МУИС,Эрдэм шинжилгээний бичиг N3(132) 1997 (15-20)