Монгол Улсын Их Сургуулийн Эрдэм Шинжилгээний Бичиг №224 ФИЗИК (11):23-25, 2004

Сөрөг керр орчинд тарах гэрлийн стационар ТМ хавтгай долгио байж болох бүх горим

Г. Очирбат, О. Нямсүрэн

Онолын Физикийн Лаборатори, Монгол Улсын Их Сургууль

Сөрөг керр орчинд байж болох ТМ хавтгай долгионы бүх боломжит горимыг интегралчлалын хоёр тогтмол ба рефракцийн тогтмолын утгуудаас хамааруулан тогтоов.

Геометр сонгохдоо долгио x – тэнхлэгийн дагуу гүйхийн хамт z – тэнхлэгийн дагуу тарж байхаар бодолцсон.

$$E_x = iAe^{i\Phi_A},\ E_z = iee^{i\Phi_E},\ H_y = he^{i\Phi_E},\quad A,\ e>0,\ h<0 \qquad (1)$$

гэж төсөөлсөн. Φ_A, Φ_E -фазууд. Энергийн z-дагуу урсгалын хэмжээ:

$$\frac{1}{2}Ah\sin\Delta\Phi = co,\quad \Delta\Phi = \Phi_E - \Phi_A \qquad (2)$$

Үүнд co –интегралчлалын тогтмол.

ТМ долгионы диэлектрикийн функц ε нь

$$\varepsilon = \varepsilon_l - A^2 - e^2 \qquad (3)$$

Үүнд ε_l -диэлектрикийн тогтмол, A, e -долгионы оронгийн x, z – байгуулагчийн амплитуд.

Максвеллийн тэгшитгэлийн системийн нэгэн анхны интегралыг (3)–тэй системчилэн бодоход

$$e^2 = \frac{\beta^2}{2\beta^2-\varepsilon}\frac{\varepsilon_l^2-\varepsilon^2-cnst}{2\varepsilon},\qquad A^2 = \varepsilon_l - \varepsilon - e^2,\ h^2 = \frac{\varepsilon^2}{\beta^2}e^2 \qquad (4)$$

$cnst$ -анхны интегралын тогтмол. β - рефракцийн тогтмол

Диэлектрикийн тогтмол ε – координатаас хамаарах хамааралыг

$$z - z_0 = \int \frac{\varepsilon/2 - e^2}{(2\beta^2-\varepsilon)\sqrt{A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) - 4co^2}}\,d\varepsilon \qquad (5)$$

гэсэн квадратур илэрхийлэл ашиглан олдог.

(1) нөхцлийг хангах шугаман бус хавтгай долгионы оронг максвеллийн системээс шууд тодорхойлбол

$$e^2 = \frac{\varepsilon_l-\varepsilon}{\varepsilon}\beta^2,\quad A^2 = \frac{(\beta^2-\varepsilon)(\varepsilon-\varepsilon_l)}{\varepsilon},\quad h^2 = (\varepsilon_l-\varepsilon)\varepsilon \qquad (6)$$

Эндээс $A^2>0,\ \ e^2>0$ байх нөхцөл

$$\varepsilon < \varepsilon_l,\quad \beta^2 < \varepsilon$$

Орчны диэлектрикийн функцийн утга рефракцийн тогтмолын квадратаас их баймааж хавтгай долгио оршин байж болно гэдэг нь бүхэнд ойлгомжтой зүйл.

(3) –д интеграндын илэрхийлэлд язгуур дор

$$A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) \qquad (7)$$

үржвэрийг ε–ээс хамаарсан β, $cnst$ параметртай функц гэж үзэж шинжийг нь судлахад хоёр өөр төрлийн стационар цэг ажиглагддаг[1]. Стационар цэгийг $\varepsilon = \xi$ гэж тэмдэглэе.

Нэг төрлийн (нэгдүгээр төрлийн) стационар цэг дээр

$$e^2 = \frac{\varepsilon_l - \xi}{\xi}\beta^2,\ A^2 = \frac{(\beta^2 - \xi)(\xi - \varepsilon_l)}{\xi}, \qquad (8)$$
$$h^2 = (\varepsilon_l - \xi)\xi$$

$$cnst = cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta) = (\varepsilon_l - \xi)(3\xi + \varepsilon_l - 4\beta^2) \qquad (8^*)$$

Нөгөө нэг (хоёрдугаар төрлийн) стационар цэг дээр

$$e^2 = 0.5\xi,\ A^2 = 0.5(2\varepsilon_l - 3\xi), \qquad (9)$$
$$h^2 = 0.5\xi^3 / \beta^2$$

$$cnst = cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta) = \varepsilon_l^2 - 3\xi^2 + (1/\beta^2)\xi^3 \qquad (9^*)$$

(6)-г (8)- тэй жишиж үзэхэд оронгийн амплитудууд диэлектрикийн функцийн утгаас хамаарах хамаарлаараа хоёул ижилхэн байна. 1-р төрлийн стационар цэг хавтгай долгионтой холбоотой юм. Харин (6)-г (9) тэй жишиж үзэхэд огт өөр хамаарлууд ажиглагдаж байна. 2-р төрлийн стационар цэг хавтгай долгиотой холбоогүй байна.

Хэрвээ 1-р төрлийн стационар цэг $\varepsilon = \xi$ нь максиумумын цэг байхад интеграндад язгуур дор $4co^2$ тогтмолын утгыг

$$4co^2 = A^2(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst)h^2(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst) \qquad (10)$$

гээд авчихвал $\varepsilon = \xi$ нь тэрхүү язгуур утгатай байх цорын ганц тусгаар цэг болно. Энд A^2, h^2 нь (8) томъёогоор тодорхойлогдоно Энэ тусгаарлагдсан цэг (6)–г хангаж байгаа болохлоор хавтгай долгиог дүрслэнэ, тэхдээ тогтвортой хавтгай долгиог дүрслэх болно.

Харин 1-р төрлийн стационар цэг $\varepsilon = \xi$ нь миниумын цэг байх юм бол тэр нь хавтгай долгионтой огт хамаагүй. Тайлбарлая. 1-р төрлийн миниумын цэг дээр $4co^2$ тогтмолыг (8) томъёогоор тодорхойллоо ч гэсэн $\varepsilon = \xi$ нь язгуурын тодорхойлогдох муж доторхи хязгаарын цэг болчихно. Энэ тохиолд $\varepsilon \to \xi$ үед

$$z - z_0 \approx -r(\xi)\ln|\varepsilon - \xi|,\ r(\xi) > 0$$

гэж үзүүлж болно. Тэгэхлээр $z \to \infty$ үед ε нь ξ -руу асимптот маягаар тэмүүлэх долгио байхаас биш, ε нь ξ-тэй байнга тэнцүү байх хавтгай долгион байж болохгүй юм.

Хавтгай долгио 1-р төрлийн максиумын цэгээр тодорхойлогдох учраас[1] –д гүйцэтгэсэн шинжилгээг ашиглаж параметруудын ямар мужид ийм долгио байж болохыг тогтоож болох ёстой.

Дор бид β^2-ийн өгөгдсөн утганд диэлектрикийн функцийн аль аль утганд хавтгай долгио байж болохыг тодорхойлсон шинжилгээний дүнг толилуулав.

β^2- ын өгөгдсөн утганд диэлектрикийн функц нь ξ гэсэн тогтмол утгатай хавтгай долгио байгаа бол тэр нь $cnst$ - тогтмол (7*) томъёогоор, $4co^2$ - тогтмол (8) томъёогоор тус тус тодорхойлогдох утгад харгалзаж байгаа гэдгийг сануулъя.

[1]-ийн хавсралтын I-X ээс үзэхэд $\beta^2 \in (0, (2/3)\varepsilon_l)$ бүрд диэлектрикийн функц нь $(0, \delta(\beta))$ интервалд эсвэл $(\gamma(\beta), \varepsilon_l)$ интервалд утга авах хавтгай долгио байж болох нь мэдэгдэнэ. Үүнд

$$\delta(\beta) = -\beta^2 + \sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l} \qquad (11)$$

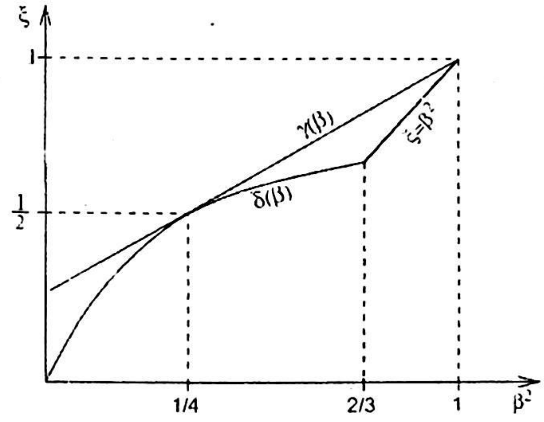
$$\gamma(\beta) = \frac{1}{3}(\varepsilon_l + 2\beta^2) \qquad (12)$$

[1]-ийн хавсралтын XI-XIII аас үзэхэд $\beta^2 \in ((2/3)\varepsilon_l, \varepsilon_l)$ бүрд диэлектрикийн функц нь $(0, \beta^2)$ интервалд утга авах эсвэл $(\gamma(\beta), \varepsilon_l)$ интервалд утга авах хавтгай долгио байж болох нь мэдэгдэнэ (мужийн бүдүүвчийг 1-р зурагт үзнэ үү).

Хэрвээ 2-р төрлийн стационар цэг $\varepsilon = \xi$ нь максиумын цэг байхад интеграндад язгуур дор $4co^2$ тогтмолын утгыг

$$4co^2 = A^2(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst)h^2(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst) \quad (13)$$

гээд авчихвал $\varepsilon = \xi$ нь тэрхүү язгуур утгатай байх цорын ганц тусгаар цэг болно. Энд A^2, h^2 нь (9) томъёогоор тодорхойлогдоно.



1-р зураг. *Масштаб:* $\varepsilon_l = 1$. *cnst - параметрийн утгыг тасралтгүй өөрчлөхөд түүнийг даган (7)-ийн стационар цэгийн* $\varepsilon = \xi$ *утга тасралтгүй өөрчлөгдөнө.* $0 < \beta^2 < \varepsilon_l$, $0 < \xi < \varepsilon_l^2$ *тэгш өнцөгт дотор ((11), (12) томъёогоор тодорхойлогдсон)* $\delta(\beta)$, $\gamma(\beta)$ *-функцүүдийн график ба* $\xi = \beta^2$ *гэсэн шулууны хэрчимээр хязгаарлагдсан бөгөөд* $(\frac{1}{4}\varepsilon_l, \frac{1}{2}\varepsilon_l^2)$ *цэг дээр ерөнхий оройтой муруй шугаман хоёр гурвалжны гадна орших аль ч цэгд ((8), (8*), (10) томъёонуудаар тодорхойлогдох) тогтвортой хавтгай долгио харгалзана. Харин эдгээр гурвалжин дотор аль ч* (β^2, ξ) *цэг тогтворгүйн цэг мөн.*

Гэвч энэ тусгаар цэг ямар нэг төлвийг дүрсэлж чадахгүй. Учир нь. Нэг талаас энэ тусгаар цэг дээр (2) нөхцөл зөвхөн $\Delta\Phi = -\frac{\pi}{2}$ тохиолд л биелнэ. Нөгөө талаас

$$\frac{d\Phi_E}{dz} = \frac{\varepsilon A}{h}\sin\Delta\Phi, \quad \frac{d\Phi_A}{dz} = \frac{\varepsilon - \beta^2}{\varepsilon}\frac{h}{A}\sin\Delta\Phi$$

тэгшитгэлүүдээс $\Delta\Phi$-ын уламжлалыг $\varepsilon = \xi$ цэг дээр тодорхойлбол

$$\frac{d}{dz}\Delta\Phi = \frac{\xi}{2Ah}\left(\frac{\xi^2}{\beta^2} + 2\xi - 2\varepsilon_l\right)$$

Энэ илэрхийлэл 2-төрлийн максиумумын цэг дээр хэзээ ч тэг утга авахгүй (Тэг утга авах цорын ганц $\xi = \delta(\beta)$-цэг бол тахийлтын цэг байгаа юм). Зөрцөлдөж байнаа даа.

Дүгнэлт

Сөрөг керр орчинд байж болох ТМ хавтгай долгионы бүх боломжит горимыг интегралчлалын хоёр тогтмол ба рефракцийн тогтмолын утгуудаас хамааруулан тогтоов.

Ишлэл

[1] Г. Очирбат, О. Нямсүрэн, Сөрөг керр орчинд тарах гэрлийн стационар ТМ долгионы оронд диэлектрикийн функц параметруудаас хамаарах нь. МУИС, эрдэм шинжилгээний бичиг,. энэ дугаарт, 2004 он, Улаанбаатар.

Abstracts

All possible regimes of TM plane waves in negative kerr media are established on defendance of two integrating constants and refraction constant values